

## Zadání zkoušky z diskrétní matematiky

15. ledna 2007 - doc. Valtr

- Definujte relaci mezi množinami  $X$  a  $Y$ . Pokud  $X$  má  $m$  prvků a  $Y$  má  $n$  prvků, kolik je všech relací mezi  $X$  a  $Y$ ?
  - Definujte skóre grafu. Uveďte příklad dvou neizomorfních stromů se stejným skóre. Zdůvodněte.
  - Napište vzorec pro číslo  $\binom{n}{k}$ . Dokažte nebo vyvráťte: pro všechna přirozená  $x$  a  $y$  platí:  $\binom{x}{2} + \binom{y}{2} \leq \binom{x+y}{2}$ .
- Zformulujte větu charakterizující eulerovské grafy. (jen zformulovat, nebylo potřeba dokazovat)
- Eulerův vzorec dává do souvislosti počet vrcholů, hran a stěn v rovinném nakreslení souvislého grafu. Zobecněte tento vzorec (tj. nalezněte správný vzorec) pro všechna rovinná nakreslení, která mohou být i nesouvislá. Dokažte toto zobecnění.
- V jisté skupině lidí alespoň  $\frac{1}{2}$  lidí mluví anglicky, alespoň  $\frac{1}{2}$  lidí mluví německy a alespoň  $\frac{1}{2}$  lidí mluví česky. Dokažte, že mezi zmíněnými třemi jazyky jsou dva, jimiž mluví aspoň  $\frac{1}{6}$  lidí.

Poté se mě ještě zeptal na nástin důkazu věty z druhé úlohy (opravdu mu stačilo důkaz jen tak naznačit).