Poznámka na úvod: Tento přehled dosavadních zkoušek z *Kombinatoriky a grafů I* jsem jen sestavil z toho, co napsali jiní na wiki (http://mff.lokiware.info/KombinatorikaAGrafy/ZkouskaLS2008) a především na fóru (http://forum.matfyz.info/viewforum.php?f=240). Uvádím tedy u jednotlivých termínů jejich uživatelská jména tak, jak byla na wiki a fóru, tímto jim děkuji a pevně doufám, že souborné uveřejnění jim není proti mysli. – *Adam Nohejl*

skuska 15.05.2008 / od nardew 15. 5. 2008 21:01

tak je tu zadanie z predterminu: bolo to dost odlisne od tych z predoslych rokov, v prvom rade co do poctu prikladov tak aj zlozenia prikladov. ani jeden som tu zatial nevidel. neviem ci to bolo len tym predterminom alebo to bude tak bezat aj nadalej. no, k veci:

1.) spocitat pocet kostier grafu, ktory vyzeral ako trojuholnik a vo vnutri bol v nom zo strednych priecok vytvoreny dalsi trojuholnik. druha skupina mala nejaky iny. bol to jediny priklad, ktory sa lisil medzi skupinami

2.) rozhodnut, ktore z nasledujucich mnozinovych systemov maju SRR
   a.) M1 = {a, b, d}, M2 = {a, c}, M3 = {b, c}, M4 = {b, d}
   b.) M1 = {a, c}, M2 = {a, c}, M3 = {b, c}, M4 = {a, b}
   c.) M1 = {a, b}, M2 = {a, e}, M3 = {b, c}, M4 = {a, b, d}, M5 = {a, c}, M6 = {b, e, f}, M7 = {a, b, c}

3.) nasledujuca mapka znazornuje deltu rieky Mgwebwe na ostrove Papua Nova Guinea. Kolik stavidel je potreba a staci postavit, aby bylo mozno zamezit pristupu zralokov z mora do vnutrozemneho jazera? (Stavidla je mozno stavet jen na rovnych usecich rieky, nikoli v miestach, kde sa rieka vetvi). Odpoved zdovodnite. no a podtym bola zobrazena mala mapka s riecnou sietou. proste hladanie maximalneho toku

4.) existuju 3 navzajom ortogonalni latinske stvorce radu 5? pokud si myslite, ze ano, sestrojte takove 3 ctverce. pokud si myslite ze nikoliv, dokazte sve tvrzeni.

Znasledujucich troch prikladov staci vyriesit dva:
5.) Dokazte nasledujuce tvrdenia:
a.) Pokud je G 3-regularni graf obsahujici Ham. k., pak lze jeho hrany obarvit 3 barvami tak, ze ziadne dve hrany stejne barvy nemaji spolocny vrchol
b.) Je-li G n-regularny graf na 2n vrcholoch, pak G obsahuje perfectne parovanie

6.) Dokazte, ze mnozinovy system sestavajuci z primek nejake konecne projektivni roviny ma vzdy system ruznych reprezentantov.

7.) Graf se nazyva vonkajsie rovinny, pokud ho lze nakreslit v rovine bez krizeni hran tak, ze vsechny jeho vrcholy lezi na hranici vonkajsej steny. Dokazte, ze pokud graf neobsahuje deleni grafu K4 a K2, 3 jako podgraf, pak je vonakjsie rovinny.

A TERAZ POZOR!!
8.) Napiste vetu z prednasky (nebo skript), ktera sa vam nejvice libila. A napiste proc.

co sa tyka bodovania, tak prve 4 pocetne boli po 5 bodov, zvysne 3 dokazove po 10. stupnica (tymi vrchnymi hranicami som si nie isty):

40 - 33 jeden *32 - 23 dva* *22 - 17 tri* *16 - 13 ustne*

Zkouska 26.5.2008 - Kratochvil / od Medved 26. 5. 2008 09:54

1) Mate graf

```
x - x - x - x - x
|   |   |   |   |
x - x - x - x - x ... Atd., proste mrizku
```

a mate napsat, jaka je dimenze prostoru cyklu a najit nejakou bazi.

2) Najit vytvorujici funkci neceho jako (1,-2,3,-4,5,-6,7,-8,...)

3) Najdete maximalni nezavislou mnozinu v grafu (a bylo tam neco jako skoro uplny bipartitni graf B(5,5), akorat mel tak polovinu hran, nez by mel uplny

4) Mate mrizku 6x6 ve ktere je vyplneny 1.,3. a 5. radek a mate rict, jestli to jde doplnit na latinsky ctverec a doplnit to, nebo zduvodnit, proc to nejde. Cisla si fakt nepamatuju.

5) Dokaz, ze v 3-regularnim grafu plati, ze k_v(G) = k_e(G). Plati to i v 4-regularnim?

6) Dokaz, ze graf, ktery ma maximalni stupen 3 lze zorientovat tak, ze ze zadneho vrcholu nevede vice nez 2 hrany.

7) Dokaz, ze mame li k,n prirozene, tak existuje N takove, ze kdyz v rovine mate N bodu, z nichz kazde dva jsou rovnobezne s maximalne k smery, tak existuje primka, na ktere lezi n bodu...nebo tak neco.

8) Napiste vetu z prednasky, ktere se vam zdala nejtezsi a proc. Ustne doplnil, ze tam je napsane, at napiseme vetu, takze si mame dat pozor, ze tam opravdu napiseme vetu a ze bude dobre.

5,6,7 - pocitaji se jen dva nejlepe bodovane priklady; bodovani - 5,5,5,5,10,10

Hodina a pul cas, zacinalo se v 9, pisemna konci 10:30, ustni zacina v 1, pokud nechcete bojovat o lepsi znamku, tak jdete v 1, pokud chcete bojovat o lepsi znamku, tak zalezi, kdy jdete na ustni. Ta pry jeste nikdy nekoncila pozdeji, nez v 9 vecer. Hranice bodovani se upravi az na zaklade toho, jak moc to bylo tezke (teda jsem to pochopil tak, aby znamky byly cca rovnomerne rozlozene).

Este by som pridal (zial z vlastnej skusenosti) taku malu radu. Ak uloha znie najdite generujucu funkciu pre postupnost (1,-2,3,-4,5,-6,7,-8) tak nestaci napisat 1/(1+x)^2 (alebo staci to na 1 bod z 5) A tiez ak je uloha najdite nezavislu mnozinu v danom grafe tak nestaci oznacit vrcholy ktore do tejto mnoziny patria. (Respektive staci to na 2 body z 5)
Takze si treba davat pozor a do akokolvek jednoduchych uloh treba pisat postup...

Zkouška 2. 6. 2008 / Zdeněk

1. určit počet koster zadaného grafu

2. máme zadanou funkci sqrt(1 – 3x), v její příslušné řadě je koeficient a0 celé nezáporné číslo. Úkolem je zjistit, který další koeficient je nezáporný a který další koeficient je celočíselný.

3. v daném bipartitním grafu nalézt největší párování

4. sestrojit projektivní rovinu řádu 3

5. důkaz: pro každé n > 2 platí, že systém n různých množin o velikosti n – 2 má systém různých reprezentantů

6. důkaz: pro každý vrcholově 2-souvislý graf o n vrcholech platí, že má alespoň n různých koster

7. důkaz: máme čísla od 1 do n obarvená 3 barvami => existují čísla x, y, z stejné barvy taková, že splňují x + y = z

8. napsat větu z přednášky, která se nám zdála nejlehčí a napsat proč.

Z příkladů 5, 6, 7 stačilo mít dva, bodování pravděpodobně jako na předchozích termínech: příklady 1, 2, 3, 4 po 5 bodech, 5, 6, 7 dohromady za 20, celkem tedy 40 bodů a na trojku by měla stačit zhruba polovina.
Důležité je u všech příkladů popsat postup (např. u příkladu 3 nejen napsat nalezené párování, ale také zdůvodnit, proč je největší).

Kdo není po písemné části spokojený se známkou, může jít na ústní, kde se dá známka zlepšit až o 2 stupně, ale je potřeba dobře umět důkazy.

Zkouska 2.6. / Fin 3. 6. 2008 08:38

Zadání co si pamatuju zhruba takovehle:

1)Pocet koster K3,3 - pres determinanty nebo rekurzivne, melo vyjit 81.

2)Vyjadrime sqrt(1-3x) jako radu Sum(aixi)

a)První kladný koeficient je a0, jaký je další(neexistuje, stačí si podle OBV napsat tu sumu a koukat jak vypada pro licha a suda i)

b)prvni cely koeficient je a0, jaky je dalsi(na to jsem neprisel)

3)Najit maximalni parovani v bipartitnim grafu, neni regularni ani nema stupne v jedne partite vetsi nez v druhe, jestli se vam to chce kreslit tak G=(AuB,E),A={1,2,3,4,5,6},B={7,8,9,10,11,12},E={1-8,1-9,1-11,2-7,2-10,3-7,3-10,4-7,4-10,5-9,5-11,5-12,6-10,6-11,6-12}. Bud pres toky nebo rychleji najit parovani o 1 mensi nez perfektni(ktere je videt na prvni max na druhy pohled) a ukazat ze perfektni parovani neexistuje tak ze pujdeme po vrcholech ktere maji stupen jedna, hrana ktera z nich vede musi byt v perf. parovani, pak smazat hrany vedouci z druheho vrcholu teto hrany a repeat, dokud se to nekde nezasekne.

4)Nakreslete KPR radu 3(neni Fannova rovina, ta je radu 2). Ja to delal postupem ze skript (Matousek), mozna rychlejsi by v tomhle pripade bylo nakreslit dva ortogonalni LC radu 3 a nakreslit to podle nich, podle toho jak rychle je clovek dokaze najit.

Nalseduji dokazovaci přiklady, opet staci 2 ze 3

5)Mame n ruznych mnozin velikosti n-2, dokazte ze tento system ma SRR

6)Dokazte, ze v 2-souvislem grafu na n vrcholech existuje aspon n koster.

7)Naky barveni cisel, zadani si presne nepamatuju, bylo to na Ramseyovu vetu a pry je to ve skriptech od Vally(existuje stejnobarevna trojice x,y,z ze x+y=z, je to jakesi lemma)

5) se dalo dokazat pres Hallovu podminku, pro J velikosti do n-2 jasne plati, n-1 taky protoze ty mnoziny jsou ruzne(tj kazde dve se lisi alespon v jednom prvku) a pro n plati protoze sjednoceni n mnozin velikosti n-2 nemuze byt n-1, pocet podmnozin velikosti n-2 z n-1 prvku je (n-1)nad(n-2) coz je n-1 (aspon myslim ze to tak bylo, kazdopadne nejaky podobny argument).
6)indukce podle usateho lemmatu(kruznicova verse), pridanim ucha vzniknou nove kostry tak ze vynecham nekterou z jeho hran
7)tu pry neresil nikdo:o)

Moje rada zni nepodcenujte uceni dukazu, i kdyz napisete pisemku na 3, porad to na ustnim muzete vyhnat na 1 .o)

Skuska 3.6.2008 / od Vinc 3. 6. 2008 14:56, od huuuuu 3. 6. 2008 17:57

1. Urcte maximalnu nezavislu mnozinu v danom bipartitnom grafe
   pres max. tok

2. Urcte vytvarajucu funkciu pre postupnost (2, 1, 3, 2, 4, 3, 5, 4, ...)
   snad ok

3. Rozhodnite, pre ktore prirodzene cisla m, n obsahuje uplny bipartitny graf K_m,n Hamiltonovsku kruznicu
   m = n, n >= 2, pak treba Lovaszova veta

4. Urcte maximalny tok v danej sieti
   obrazek...

5. Nech p >= 3 je prvocislo. Dokazte, ze existuje system (p^2) + 1 mnozin, z ktorych kazda ma velkost p a maju spolocny najviac jeden prvok, ktory nema SRR
   pres KPR

6. Dokazte, ze v kazdom vrcholovo k-suvislom grafe lezi kazdych k vrcholov na spolocnej kruznici
   indukci od k = 2, uzivani mengerovy vety, popripadne pridat trokovy vrchol ... no chce si to s tim pohrat, uz si nepamatuju presne

7. Dokazte, ze v bipartitnom grafe, ktoreho vsetky vrcholy v jednej partite maju lichy stupen, prechadza kazdou hranou sudy pocet HK. Je pravda, ze i celkovy pocet HK je sudy?
   lizatkove grafy, docela obtizne

8. Napiste vetu z prednasky, ktora Vam pripadala najprekvapivejsia a napiste preco.

Skuska 5.6.2008 / od rb 5. 6. 2008 15:57

1. Urcit najvacsie parovanie v bipartitnom grafe.

2. Funkciu (1-2x)^1/3 vyjadrime ako radu Sum_n=1^infinity a_n*x^n.
   a) a_0 je prvy kladny koeficient, ktory je druhy?
   b) a_0 je cele cislo, ktory dalsi koeficient je cely?

3. Urcit dimenziu priestoru cyklov (priestoru Eulerovskych podgrafov) grafu + popisat nejaku bazu toho priestoru.

4. Doplnit tabulku na latinsky stvorec, alebo dokazat, ze sa to neda:

1	2	3	4	5	6
6	3	5	1	2	4
2	1	6	5	4	3

5. Dokazte, ze kazdy graf o n vrcholoch s maximalnym stupnov d ma najviac (2d)^n kostier.

6. Nech G=(A zjedn. B, E) je suvisly bipartitny graf taky, ze kazdy vrchol v partite A ma stupen aspon k-krat vacsi nez lubovolny vrchol z partity B. Dokazte, ze vrcholy grafu G sa daju pokryt disjunktnymi hviezdami, z nich kazda ma aspon k+1 vrcholov. (Hviezda o k+1 vrcholoch je uplny bipartitny graf K_{1,k}.

7. Dokazte, ze kazdy n-regularny graf na 2n-vrcholoch je hranovo n-suvisly.

Mne osobne tie priklady neprisli velmi jednoduche. Nastastie p. Kratochvil dal kazdemu sancu na ustnu (ja som mal 14 bodov a tiez som siel na ustnu, nakoniec som to spravil na 3). Od 17 bodov uz bola trojka bez ustnej, okolo 22 (mozno viac) boli dvojky. Ale myslim, ze toto bol jeho posledny termin, dalsie uz budu s p. Valtrom. Vela stastie pri kombagre tym, co to este nemaju...
The secret to creativity is knowing how to hide your sources. (A. Einstein)

Petr2: Já bych jen doplnil kolegu ze zkoušky byl jsem poslední a tak můžu říct, že ze 21 lidí, co dnes byli zkoušeni : Jedna výborná, dvě nebo tři velmi dobré, ostatní dobré. Jen jeden polák nepřišel na ústní a jednoho vyhodil. To vyhození bylo dost drsné. Prof. Kratochvíl mu nabídl tři další věty k dokázání a pak řekl, že to nemá smysl. V sumě tedy k - souvislost, Ramseyovka, důkaz počtu koster přes determ., a ještě něco.
Nejnižší bodový zisk 9 bodů ze 40 a dostal za tři po jednom dobře zvládnutém důkazu. Obecně ústní dozkoušení probíhá tak, že se prof. ptá třeba kdo zná Hallovu větu. Jak se někdo přizná, tak hned ať ji dokáže a takto u nás rozhodil každému dvě věty. Na trojku stačí obvykle jedna zcela. Na dvojku musíte mít velmi dobrý přehled a lepší na ústní dnes nedal. Dlužno podotknout, že tam byli jen lidé s 16 a méně body.
Památná věta prof. : "My s doc. Valtrem nelpíme na tom abyste znali všechny důkazy, ale něco znát prostě musíte. "
Oblíbená věta - Hallova. Dokazovala se dnes dvakrát .
Pro Vás, kteří jdete na zkoušku hodně štěstí!