Informace o zkoušce
z Matematické analýzy III (MAI056), ZS 2007/08

Zdroj: http://kam.mff.cuni.cz/~klazar/zkMAIII07.txt (10. ledna)

Zkoušející: Martin Klazar

Termíny zkoušek: 17.1., 24.1., 31.1., 7.2. a 14.2. Další případné termíny budou vyhlášeny později. Přihlašování na zkoušku a další údaje v SISu.

Na tyto termíny se mohou zapisovat studenti z mé paralelky (kruhy 31–36) a studenti kombinovaného studia. Výjimky jsou možné pouze po dohodě.

Získání zápočtu je nutnou (a prakticky i postačující) podmínkou připuštění ke zkoušce. Bez uděleného zápočtu, zapsaného v SISu,
nebude student ke zkoušce připuštěn. Zápočet uděluje cvičící. Typickou podmínkou pro udělení zápočtu může být účast v zápočtové písemce (+ zisk stanoveného minima bodů).

Zkouška se skládá ze dvou písemek:
(i) 90 min. zápočtová písemka na cvičení v posledním týdnu semestru (nebo později) na prověření početní techniky, se 4 příklady (okruhy: parc. derivace, extrémy funkcí více proměnných, implicitní funkce, dif. rovnice), a
(ii) 90 min. písemka na zkoušce se 4 příklady na prověření teorie.

U obou písemek není dovoleno používat ani písemné materiály (záznamy z přednášek, učebnice atd.) ani technické pomůcky (laptopy, mobily, kalkulačky atd.), pouze tužku, papír a vlastní hlavu. Výjimky v případě hendikepovaných studentů povoluje zkoušející.

Okruhy příkladů v písemce na zkoušce:
1. Početní příklad jako v zápočtové písemce
2. (okruhy viz výše).
3. Jedna až dvě otázky z okruhů A níže (základní pojmy a definice).
4. Jedna otázka z okruhů B níže (věty a výsledky bez důkazů).
5. Jedna otázka z okruhů C níže (věty s důkazy).

Příklady 2 a 3 budou obsahovat doplňující otázky ověřující porozumění danému pojmu či definici či větě. Nepůjde jen o prosté vypsání definice na papír.

Hodnocení zkoušky

Písemka na cvičení: maximálně 16 bodů (zpravidla 4 body za příklad).
Písemka na zkoušce: maximálně 24 bodů (zpravidla 6 bodů za příklad).
Celkem lze tedy získat z obou písemek maximálně 40 bodů.

0 -19 bodů = «neprospěl(a)"
20–26 bodů = «dobře»
27–33 bodů = «velmi dobře»
34–40 bodů = «výborně».

Výsledky budou oznámeny po opravení písemek, zpravidla týž den v odpoledních nebo večerních nebo nočních hodinách.

V nerozhodných a sporných případech může zkoušející položit doplňující ústní otázku.

Okruhy otázek pro zkouškovou písemku

A (základní pojmy a definice)

1. Definujte pojmy: metrický prostor, otevřená a uzavřená množina, otevřená koule, hraniční bod množiny.
2. Definujte spojitost zobrazení mezi metr. prostory a pojem homeomorfismu.
3. Podejte obě definice kompaktního metr. prostoru, resp. kompaktní množiny v metr. prostoru.
4. Definujte úplný metr. prostor a kontrahující zobrazení mezi metr. prostory.
5. Definujte normovaný prostor a prostor se skalárním součinem.
6. Definujte pojem parciální derivace a diferenciálu funkce více proměnných.
7. Definujte Jacobiho matici zobrazení a Hessovu matici funkce více proměnných.
8. Napište definici vícerozměrného Riemannova integrálu přes box v $\mathbf{R}^n$ a přes obecnou podmnožinu $\mathbf{R}^n$.
9. Vysvětlete, co to znamená, že funkce $f(x,y)$ splňuje na nějaké množině lokálně Lipchitzovu podmínku vzhledem k proměnné y.
10. Definujte fundamentální systém řešení soustavy lineárních diferenciálních rovnic 1. řádu.
11. Popište komplexní a reálný fundamentální systém řešení (FSŘ) lin. dif. rovnice řádu n s konst. koeficienty.

B (věty a výsledky bez důkazů)

1. Uveďte vlastnosti otevřených a uzavřených množin v metr. prostoru a topologickou charakterizaci spojitosti zobrazení mezi metr. prostory **(T.1.1-T.1.3)**.
2. Uveďte výsledky o kompaktních množinách v metr. prostoru **(T.1.4-V.1.8)**.
3. Uveďte výsledky o úplných metr. prostorech **(T.1.9 a V.1.10)**.
4. Uveďte základní vlastnosti parciálních derivací a diferenciálů funkcí více proměnných **(T.2.1, T. 2.3-T.2.6)**.
5. Uveďte základní výsledky o počítání s parciálními derivacemi a diferenciály **(T.2.7-T.2.9)**.
6. Uveďte výsledky o Taylorově rozvoji a extrémech funkcí více proměnných na otevřené množině **(T.2.10 a V.2.11)**.
7. Uveďte výsledky o funkcích definovaných implicitně a vázaných extrémech funkcí více proměnných **(V.2.12-D.2.14)**.
8. Uveďte a vysvětlete Fubiniovu větu pro vícerozměrný Riemannův integrál **(viz náhradní text k 8. přednášce)**.
9. Uveďte věty zaručující existenci řešení diferenciálních rovnic a jejich soustav **(V.3.1-V.3.3)**.
10. Popište postup řešení lineární difer. rovnice 1. řádu a difer. rovnice 1. řádu se separovanými proměnnými.
11. Popište teorii soustav lineárních difer. rovnic **(T.3.4-V.3.6)**.

C (věty s důkazy)

1. Uveďte a dokažte výsledky o otevřených a uzavřených množinách v metr. prostoru. **(T.1.1 a T. 1.2)**.
2. Uveďte a dokažte topologickou charakterizaci spojitosti zobrazení mezi metr. prostory **(T.1.3)**.
3. Dokažte, že kompaktní množiny v metr. prostoru jsou uzavřené a omezené **(T.1.5)**.
4. Uveďte a dokažte vlastnosti spojitých funkcí na kompaktních metr. prostorech **(V.1.7)**.
5. Uveďte a dokažte Banachovu větu o pevném bodu **(V.1.10)**.
6. Dokažte, že spojitost parciálních derivací implikuje diferencovatelnost **(V.2.4)**.
7. Uveďte a dokažte větu o diferenciálu složeného zobrazení **(V.2.8)**.
8. Uveďte a dokažte tvrzení o záměnnosti parc. derivací **(T.2.9)**.
9. Uveďte a dokažte větu o extrémech funkcí více proměnných na otevřené množině **(V.2.11)**.
10. Uveďte a dokažte Fubiniovu větu pro vícerozměrný Riemannův integrál **(viz náhradní text k 8. přednášce)**.
11. Uveďte a dokažte Picardovu větu o řešení difer. rovnice prvního řádu **(V.3.2=V.2.11)**.
12. Popište prvky komplexního a reálného FSŘ lin. difer. rovnice řádu n s konst. koeficienty a dokažte, že jsou řešením této rovnice **(T.3.7)**.
13. Popište prvky komplexního FSŘ lin. difer. rovnice řádu n s konst. koeficienty a dokažte, že jsou lineárně nezávislé **(V.3.8)**.